

Российская академия наук  
Уральское отделение  
Коми научный центр

Научные доклады  
Выпуск 521

**Н. А. ГРОМОВ**

## **ЭВОЛЮЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ**

Доклад на заседании Ученого совета  
Коми научного центра  
УрО РАН

Сыктывкар 2015

УДК 539.12.01

055(02)7

Н. А. ГРОМОВ. **ЭВОЛЮЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ**. Сыктывкар, 2015. 41 с. (Научные доклады/ Коми научный центр УрО РАН; Вып. 521 ).

Из первых принципов калибровочных теорий на уровне классических полей рассматривается низкоэнергетическое поведение электрослабой модели. Очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом, особенно при малых энергиях, объясняется стремящимся к нулю контракционным параметром, зависящим от энергии нейтрино.

Изучается высокоэнергетическое поведение стандартной модели взаимодействия элементарных частиц, порожденное контракцией калибровочных групп. Контракционные параметры калибровочной группы  $SU(2)$  электрослабой модели и калибровочной группы  $SU(3)$  квантовой хромодинамики выбираются одинаковыми, зависящими от энергии системы так, что они стремятся к нулю при ее неограниченном увеличении. В пределе бесконечной энергии все частицы стандартной модели теряют массу, а у кварков остается только один цвет (красный). Лагранжиан содержит  $Z$ -бозоны, кварки, нейтрино, фотоны и глюоны двух видов. Слабые взаимодействия становятся дальнедействующими и осуществляются посредством только нейтральных токов. Предельная модель отвечает развитию Вселенной в первые мгновения после Большого взрыва.

N. A. Gromov. **EVOLUTION OF ELEMENTARY PARTICLES IN THE EARLY UNIVERSE**. Syktyvkar, 2015. 41 p. (Scientific reports / Komi Science Centre, Urals Division, Russian Academy of Sciences; Issue 521 ).

The low energy limit of the Electroweak Model are obtained from first principles of gauge theory. The very weak neutrino-matter interactions especially at low energies is explained by zero tending contraction parameter, which depend on neutrino energy.

The high-energy limit of the Standard Model is generated by the contractions of gauge groups. Contraction parameters of gauge group  $SU(2)$  of the Electroweak Model and gauge group  $SU(3)$  of the Quantum Chromodynamics are taken identical and tending to zero when energy increase. At the infinite energy limit all particles lose masses, all quarks have only one color. Electroweak interactions become long-range and are mediated by the neutral currents. The limit model represents the development of the Standard Model in the early Universe from the Big Bang up to the end of the several milliseconds.

*Редакционная коллегия*

А.М. Асхабов (отв. редактор), П.Ю. Павлов (зам. отв. редактора), Н.В. Ладанова (отв. секретарь), Н.А. Громов, И.Л. Жеребцов, А.В. Кучин, В.Н. Лаженцев, М.П. Роцевский

*Рецензент*

доктор физ.-мат. наук В.И. Пунегов

© Н. А. ГРОМОВ, 2015

© Коми научный центр УрО РАН, 2015

## Введение

Современная теория взаимодействия элементарных частиц — стандартная модель — включает в себя электрослабую модель, объединяющую электромагнитные и слабые взаимодействия, а также квантовую хромодинамику (КХД), посвященную сильным взаимодействиям. Она достаточно хорошо описывает имеющиеся экспериментальные данные и получила дальнейшие убедительные подтверждения своей адекватности с недавним открытием скалярного бозона Хиггса в экспериментах на большом адронном коллайдере. Эта модель представляет собой калибровочную теорию, основанную на калибровочной группе  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , являющейся прямым произведением простых групп. В физике хорошо известна операция контракции (или предельного перехода) групп [1], которая преобразует простую группу в неполупростую. Для симметричной физической системы контракция ее группы симметрии означает переход к предельному состоянию системы. В случае сложной физической системы, каковой является стандартная модель, изучение ее предельных состояний при тех или иных предельных значениях физических параметров дает возможность лучше понять поведение системы в целом.

На уровне классических калибровочных полей обсудим модифицированную электрослабую модель с контрактированной калибровочной группой. Ранее было показано [2–4], что контрактционный параметр связан с энергией в системе центра масс, так

что контракция калибровочной группы отвечает низкоэнергетическому пределу электрослабой модели. Очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом, особенно при малых энергиях, можно объяснить стремящимся к нулю контракционным параметром. Альтернативное согласованное преобразование калибровочной группы  $SU(2)$  и пространства полей электрослабой модели приводит к пределу высоких энергий.

В широком смысле слова деформация есть операция обратная контракции. Нетривиальная деформация алгебраической структуры означает, вообще говоря, ее неочевидное обобщение. Наиболее ярким недавним примером являются квантовые группы [5], т.е. такие обобщения алгебр Хопфа, которые являются одновременно некоммутативными и некокоммутиативными. Однако если сначала производится контракция некоторой математической структуры, то исходная структура может быть восстановлена с помощью деформации в узком смысле, выполняемой в обратном по отношению к контракции направлении.

Этот прием используется нами для того, чтобы восстановить эволюцию элементарных частиц в ранней Вселенной, опираясь на достигнутый к настоящему времени уровень знаний, сконцентрированный в теории взаимодействия элементарных частиц, известной как стандартная модель. Для этого рассмотрим предельное поведение стандартной модели, порожденное контракцией калибровочных групп  $SU(2)$  и  $SU(3)$ , отвечающей пределу бесконечной энергии (или температуры). Подобные высокие энергии могут существовать во Вселенной в первые мгновения после ее рождения. Оказывается, что лагранжиан стандартной модели распадается на ряд слагаемых, которые различаются степенями контракционного параметра  $\epsilon \rightarrow 0$ . Поскольку средняя энергия (или температура) в горячей Вселенной связана с ее возрастом, то, двигаясь вперед во времени, т.е. в обратном к высокоэнергетической контракции направлении, заключаем, что после рождения Вселенной элементарные частицы и их взаимодействия проходят ряд стадий в эволюции от предельного бесконечноэнергетического состояния до состояния,

описываемого стандартной моделью. Эти стадии формирования кварк-глюонной плазмы, восстановления электрослабой и цветовой симметрий различаются по степеням контракционного параметра и, следовательно, по времени их возникновения.

## 1. Электрослабая модель

Кратко опишем стандартную электрослабую модель, следуя монографиям [6, 7]. Она представляет собой калибровочную теорию с калибровочной группой  $SU(2) \times U(1)$ , действующей в бозонном, лептонном и кварковом секторах. Соответственно, ее лагранжиан есть сумма бозонного, лептонного и кваркового лагранжианов

$$L = L_B + L_L + L_Q. \quad (1)$$

Лагранжиан  $L$  выбирается инвариантным относительно действия калибровочной группы в пространстве фундаментального представления  $\mathbf{C}_2$ :

$$\begin{aligned} SU(2) : \vec{z}' &= G\vec{z}, \\ \begin{pmatrix} z'_1 \\ z'_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ -\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}, \quad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1, \\ U(1) : \vec{z}' &= e^{i\omega/2}\vec{z} = e^{i\omega Y}\vec{z}, \quad \omega \in \mathbf{R}. \end{aligned} \quad (2)$$

Генератор  $Y$  группы  $U(1)$  пропорционален единичной матрице  $Y = \frac{1}{2}\mathbf{1}$ , а генераторы группы  $SU(2)$  вида

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\tau_1, \quad T_2 = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\tau_2, \\ T_3 &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\tau_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $\tau_k$  есть матрицы Паули, подчиняются коммутационным соотношениям

$$[T_1, T_2] = iT_3, \quad [T_3, T_1] = iT_2, \quad [T_2, T_3] = iT_1 \quad (4)$$

и образуют алгебру Ли  $su(2)$ .

Бозонный сектор  $L_B = L_A + L_\phi$  состоит из двух частей: лагранжиана калибровочных полей

$$\begin{aligned} L_A &= \frac{1}{8g^2} \text{Tr}(F_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2 = \\ &= -\frac{1}{4}[(F_{\mu\nu}^1)^2 + (F_{\mu\nu}^2)^2 + (F_{\mu\nu}^3)^2] - \frac{1}{4}(B_{\mu\nu})^2 \end{aligned} \quad (5)$$

и лагранжиана полей материи

$$L_\phi = \frac{1}{2}(D_\mu\phi)^\dagger D_\mu\phi - \frac{\lambda}{4}(\phi^\dagger\phi - v^2)^2, \quad (6)$$

где  $\phi = \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} \in \mathbf{C}_2$  — поля материи. Ковариантные производные полей материи равны

$$D_\mu\phi = \partial_\mu\phi - ig \left( \sum_{k=1}^3 T_k A_\mu^k \right) \phi - ig' Y B_\mu\phi, \quad (7)$$

где  $T_k = \frac{1}{2}\tau_k, k = 1, 2, 3$  — генераторы группы  $SU(2)$ ,  $Y = \frac{1}{2}\mathbf{1}$  — генератор группы  $U(1)$ ,  $g$  и  $g'$  — константы. Калибровочные поля

$$A_\mu(x) = -ig \sum_{k=1}^3 T_k A_\mu^k(x), \quad B_\mu(x) = -ig' B_\mu(x) \quad (8)$$

принимают значения в алгебрах Ли  $su(2)$ ,  $u(1)$  соответственно, а тензоры напряжений равны

$$F_{\mu\nu}(x) = \mathcal{F}_{\mu\nu}(x) + [A_\mu(x), A_\nu(x)], \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (9)$$

Чтобы получить массы у векторных бозонов, используется специальный механизм спонтанного нарушения симметрии. Одно из основных состояний лагранжиана  $L_B$

$$\phi^{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad A_\mu^k = B_\mu = 0 \quad (10)$$

выбирается в качестве вакуума модели, а затем рассматриваются малые возбуждения полей  $v + \chi(x)$  относительно этого вакуума.

Фермионный сектор складывается из лептонного  $L_L$  и кваркового лагранжианов  $L_Q$ . Лептонный лагранжиан выбирается в виде

$$L_L = L_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu D_\mu L_l + e_r^\dagger i \tau_\mu D_\mu e_r - h_e [e_r^\dagger (\phi^\dagger L_l) + (L_l^\dagger \phi) e_r], \quad (11)$$

где  $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix}$  есть  $SU(2)$ -дублет,  $e_r$  –  $SU(2)$ -синглет,  $h_e$  – константа и  $e_r, e_l, \nu_l$  – двухкомпонентные лорентцевы спиноры. Здесь  $\tau_\mu$  есть матрицы Паули,  $\tau_0 = \tilde{\tau}_0 = \mathbf{1}$ ,  $\tilde{\tau}_k = -\tau_k$ . Последнее слагаемое с множителем  $h_e$  описывает массу электрона. Ковариантные производные лептонных полей даются формулами:

$$\begin{aligned} D_\mu L_l &= \partial_\mu L_l - i \frac{g}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ T_+ + W_\mu^- T_-) L_l - \\ &- i \frac{g}{\cos \theta_w} Z_\mu (T_3 - Q \sin^2 \theta_w) L_l - ie A_\mu Q L_l, \\ D_\mu e_r &= \partial_\mu e_r - ig' Q A_\mu e_r \cos \theta_w + ig' Q Z_\mu e_r \sin \theta_w, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $T_\pm = T_1 \pm iT_2$ ,  $Q = Y + T_3$  есть генератор электромагнитной подгруппы  $U(1)_{em}$ ,  $Y = \frac{1}{2} \mathbf{1}$  – гиперзаряд,  $e = gg'(g^2 + g'^2)^{-\frac{1}{2}}$  – заряд электрона и  $\sin \theta_w = eg^{-1}$ . Новые калибровочные поля

$$\begin{aligned} Z_\mu &= \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (gA_\mu^3 - g'B_\mu), \quad A_\mu = \frac{1}{\sqrt{g^2 + g'^2}} (g'A_\mu^3 + gB_\mu), \\ W_\mu^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (A_\mu^1 \mp iA_\mu^2) \end{aligned} \quad (13)$$

вводятся вместо полей (8).

Кварковый лагранжиан равен

$$\begin{aligned} L_Q &= Q_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu D_\mu Q_l + u_r^\dagger i \tau_\mu D_\mu u_r + d_r^\dagger i \tau_\mu D_\mu d_r - \\ &- h_d [d_r^\dagger (\phi^\dagger Q_l) + (Q_l^\dagger \phi) d_r] - h_u [u_r^\dagger (\tilde{\phi}^\dagger Q_l) + (Q_l^\dagger \tilde{\phi}) u_r], \end{aligned} \quad (14)$$

где левые поля  $u$ - и  $d$ -кварков первого поколения образуют дублет  $Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$  относительно электрослабой группы  $SU(2)$ , а правые поля  $u_r, d_r$  есть  $SU(2)$ -синглеты,  $\tilde{\phi}_i = \epsilon_{ik}\bar{\phi}_k$ ,  $\epsilon_{00} = 1$ ,  $\epsilon_{ii} = -1$  есть представление группы  $SU(2)$ , сопряженное к фундаментальному, наконец,  $h_u, h_d$  – это константы при массовых слагаемых. Все поля  $u_l, d_l, u_r, d_r$  есть двухкомпонентные лорентцевы спиноры. Последние четыре слагаемые с множителями  $h_d$  и  $h_u$  описывают массы  $d$ - и  $u$ -кварков. Ковариантные производные кварковых полей равны

$$D_\mu Q_l = \left( \partial_\mu - ig \sum_{k=1}^3 \frac{\tau_k}{2} A_\mu^k - ig' \frac{1}{6} B_\mu \right) Q_l,$$

$$D_\mu u_r = \left( \partial_\mu - ig' \frac{2}{3} B_\mu \right) u_r, \quad D_\mu d_r = \left( \partial_\mu + ig' \frac{1}{3} B_\mu \right) d_r. \quad (15)$$

С точки зрения электрослабых взаимодействий, кварки, как и лептоны, разбиваются на три поколения. Следующие два поколения лептонов вводятся аналогично (11). Они представляют собой левые  $SU(2)$ -дублеты

$$\begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{pmatrix}_l, \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{pmatrix}_l, \quad Y = -\frac{1}{2} \quad (16)$$

и правые  $SU(2)$ -синглеты:  $\mu_r, \tau_r, Y = -1$ . В дополнение к  $u$ - и  $d$ -кваркам первого поколения имеются пары  $(c, s)$  и  $(t, b)$  кварков следующих поколений, левые поля которых

$$\begin{pmatrix} c_l \\ s_l \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} t_l \\ b_l \end{pmatrix}, \quad Y = \frac{1}{6} \quad (17)$$

описываются  $SU(2)$ -дублетами, а правые – представляют собой  $SU(2)$ -синглеты:  $c_r, t_r, Y = \frac{2}{3}$ ;  $s_r, b_r, Y = -\frac{1}{3}$ . Их лагранжианы вводятся аналогично (14). Полные лептонный и кварковый лагранжианы получаются суммированием по всем поколениям.



## 2. Модифицированная электрослабая модель

Рассмотрим электрослабую модель, в которой контрактированная калибровочная группа  $SU(2; j) \times U(1)$  действует в бозонном, лептонном и кварковом секторах. Контрактированная группа  $SU(2; j)$  и пространство ее фундаментального представления  $\mathbf{C}_2(j)$  получают [8, 9] согласованным преобразованием простой унитарной группы  $SU(2)$  и комплексного пространства  $\mathbf{C}_2$  вида

$$z'(j) = \begin{pmatrix} jz'_1 \\ z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & j\beta \\ -j\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} jz_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = u(j)z(j),$$

$$\det u(j) = |\alpha|^2 + j^2|\beta|^2 = 1, \quad u(j)u^\dagger(j) = 1 \quad (18)$$

таким образом, что эрмитова форма

$$z^\dagger z(j) = j^2|z_1|^2 + |z_2|^2 \quad (19)$$

остаётся инвариантной при стремящемся к нулю контракционном параметре  $j \rightarrow 0$  или при нильпотентном значении последнего  $j = \iota, \iota^2 = 0$ .

Контрактированная группа  $SU(2; \iota)$  изоморфна евклидовой группе  $E(2)$ , которая представляет собой полупрямое произведение подгруппы трансляций, натянутой на генераторы  $T_1, T_2$ , и одномерной подгруппы вращений, порождаемой генератором  $T_3$ . Пространство  $\mathbf{C}_2(\iota)$  есть расслоенное пространство с одномерной базой  $\{z_2\}$  и одномерным слоем  $\{z_1\}$ . Действие унитарной группы  $U(1)$  и электромагнитной подгруппы  $U(1)_{em}$  в пространстве  $\mathbf{C}_2(j)$  описывается теми же самыми матрицами, что и в  $\mathbf{C}_2$ .

Пространство  $\mathbf{C}_2(j)$  можно получить из  $\mathbf{C}_2$  заменой  $z_1 \rightarrow jz_1$ , которая, в свою очередь, индуцирует замену генераторов алгебры Ли вида:  $T_1 \rightarrow jT_1, T_2 \rightarrow jT_2, T_3 \rightarrow T_3$ , что приводит к новым коммутационным соотношениям для генераторов алгебры  $su(2; j)$

$$[T_1, T_2] = ij^2T_3, \quad [T_3, T_1] = iT_2, \quad [T_2, T_3] = iT_1. \quad (20)$$

При контракции  $j \rightarrow 0$  или  $j = \iota$  алгебра  $su(2; \iota)$  имеет структуру полупрямой суммы абелевой подалгебры трансляций  $t_2 = \{T_1, T_2\}$  и одномерной подалгебры вращений  $u(1) = \{T_3\}$

$$su(2; \iota) = u(1) \ltimes t_2. \quad (21)$$

Поскольку калибровочные поля принимают значения в алгебре Ли калибровочной группы, то вместо преобразования генераторов можно произвести замену калибровочных полей, а именно:

$$A_\mu^1 \rightarrow jA_\mu^1, \quad A_\mu^2 \rightarrow jA_\mu^2, \quad A_\mu^3 \rightarrow A_\mu^3, \quad B_\mu \rightarrow B_\mu. \quad (22)$$

Действительно, вследствие коммутативности и ассоциативности умножения на  $j$  справедливо соотношение

$$\begin{aligned} su(2; j) \ni \{A_\mu^1(jT_1) + A_\mu^2(jT_2) + A_\mu^3T_3\} = \\ = \{(jA_\mu^1)T_1 + (jA_\mu^2)T_2 + A_\mu^3T_3\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Для стандартных бозонных калибровочных полей (13) эта замена выглядит следующим образом:

$$W_\mu^\pm \rightarrow jW_\mu^\pm, \quad Z_\mu \rightarrow Z_\mu, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu. \quad (24)$$

Левые фермионные поля лептонов и кварков  $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix}$ ,  $Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$  являются  $SU(2)$ -дублетами, т.е. векторами пространства  $\mathbb{C}_2$ , поэтому их компоненты преобразуются так же, как компоненты вектора  $z$ :

$$\nu_l \rightarrow j\nu_l, \quad e_l \rightarrow e_l, \quad u_l \rightarrow ju_l, \quad d_l \rightarrow d_l. \quad (25)$$

Правые поля лептонов и кварков являются  $SU(2)$ -синглетами, т.е. скалярами, и поэтому не преобразуются.

В результате преобразований (24), (25) и спонтанного нарушения симметрии бозонный лагранжиан (5), (6) можно представить в виде [8]

$$\begin{aligned}
L_B(j) &= L_B^{(2)}(j) + L_B^{int}(j) = \\
&= \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \frac{1}{4} \mathcal{Z}_{\mu\nu} \mathcal{Z}_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_Z^2 Z_\mu Z_\mu - \\
&- \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}_{\mu\nu} + j^2 \left\{ -\frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\nu}^+ \mathcal{W}_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- \right\} + \\
&+ L_B^{int}(j) = L_{B,b} + j^2 L_{B,f}, \tag{26}
\end{aligned}$$

где, как обычно, слагаемые второго порядка описывают спектр частиц модели, а слагаемые более высокого порядка  $L_B^{int}(j)$  рассматриваются как их взаимодействия. Лагранжиан (26) включает заряженные  $W$ -бозоны с идентичными массами  $m_W = \frac{1}{2} g v$ , безмассовый фотон  $A_\mu$ , нейтральный  $Z$ -бозон с массой  $m_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2}$  и скалярный бозон Хиггса  $\chi$ ,  $m_\chi = \sqrt{2} \lambda v$ . Все эти частицы обнаружены экспериментально и имеют массы  $m_W = 80$  ГэВ,  $m_Z = 91$  ГэВ,  $m_\chi = 125$  ГэВ.

В пределе  $j \rightarrow 0$  лагранжиан (26) распадается на две части: предельный лагранжиан

$$\begin{aligned}
L_{B,0} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \frac{1}{4} \mathcal{Z}_{\mu\nu}^2 + \frac{1}{2} m_Z^2 (Z_\mu)^2 - \\
&- \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu}^2 + \frac{g m_z}{2 \cos \theta_W} (Z_\mu)^2 \chi - \lambda v \chi^3 + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} (Z_\mu)^2 \chi^2 - \frac{\lambda}{4} \chi^4 \tag{27}
\end{aligned}$$

и лагранжиан

$$\begin{aligned}
L_{B,f} &= -\frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\nu}^+ \mathcal{W}_{\mu\nu}^- + m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- \\
&- 2ig (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+) (\mathcal{F}_{\mu\nu} \sin \theta_W + \mathcal{Z}_{\mu\nu} \cos \theta_W) - \\
&- \frac{i}{2} e [A_\mu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\nu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\nu^+) - A_\nu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\mu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\mu^+)] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +gW_\mu^+W_\mu^-\chi - \frac{i}{2}g \cos \theta_W [Z_\mu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+W_\nu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^-W_\nu^+) - \\
& -Z_\nu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+W_\mu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^-W_\mu^+)] + \frac{g^2}{4} (W_\mu^+W_\nu^- - W_\mu^-W_\nu^+)^2 + \\
& + \frac{g^2}{4} W_\mu^+W_\nu^- \chi^2 - \frac{e^2}{4} \left\{ [(W_\mu^+)^2 + (W_\mu^-)^2] (A_\nu)^2 - \right. \\
& -2 (W_\mu^+W_\nu^+ + W_\mu^-W_\nu^-) A_\mu A_\nu + [(W_\nu^+)^2 + (W_\nu^-)^2] (A_\mu)^2 \left. \right\} - \\
& - \frac{g^2}{4} \cos \theta_W \left\{ [(W_\mu^+)^2 + (W_\mu^-)^2] (Z_\nu)^2 - \right. \\
& -2 (W_\mu^+W_\nu^+ + W_\mu^-W_\nu^-) Z_\mu Z_\nu + [(W_\nu^+)^2 + (W_\nu^-)^2] (Z_\mu)^2 \left. \right\} - \\
& - eg \cos \theta_W \left\{ W_\mu^+W_\mu^- A_\nu Z_\nu + W_\nu^+W_\nu^- A_\mu Z_\mu - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} (W_\mu^+W_\nu^- + W_\nu^+W_\mu^-) (A_\mu Z_\nu + A_\nu Z_\mu) \right\}. \quad (28)
\end{aligned}$$

Лептонный лагранжиан (11) через поля электронов и нейтрино записывается в виде

$$\begin{aligned}
L_L(j) = & e_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu e_l + e_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu e_r - m_e (e_r^\dagger e_l + e_l^\dagger e_r) + \\
& + \frac{g \cos 2\theta_w}{2 \cos \theta_w} e_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu e_l - ee_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu e_l - g' \cos \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu A_\mu e_r + \\
& + g' \sin \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu e_r + j^2 \left\{ \nu_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu \nu_l + \frac{g}{2 \cos \theta_w} \nu_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu \nu_l + \right. \\
& \left. + \frac{g}{\sqrt{2}} [\nu_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^+ e_l + e_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^- \nu_l] \right\} = L_{L,0} + j^2 L_{L,f}. \quad (29)
\end{aligned}$$

Кварковый лагранжиан (14) выражается через поля  $u$ - и  $d$ -кварков

$$\begin{aligned}
L_Q(j) = & d_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu d_l + d_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu d_r - m_d (d_r^\dagger d_l + d_l^\dagger d_r) - \frac{e}{3} d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu d_l - \\
& - \frac{g}{\cos \theta_w} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu d_l - \frac{1}{3} g' \cos \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu A_\mu d_r +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{3} g' \sin \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu d_r + j^2 \left\{ u_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu u_l + u_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu u_r - m_u (u_r^\dagger u_l + u_l^\dagger u_r) \right. \\
& \quad + \frac{g}{\cos \theta_w} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu u_l + \frac{2e}{3} u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu u_l + \\
& \quad + \frac{g}{\sqrt{2}} \left[ u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^+ d_l + d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^- u_l \right] + \frac{2}{3} g' \cos \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu A_\mu u_r - \\
& \quad \left. - \frac{2}{3} g' \sin \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu u_r \right\} = L_{Q,0} + j^2 L_{Q,f}. \quad (30)
\end{aligned}$$

Константы  $m_e = h_e v / \sqrt{2}$ ,  $m_u = h_u v / \sqrt{2}$ ,  $m_d = h_d v / \sqrt{2}$  задают массы электрона и кварков.

Полный лагранжиан модифицированной модели дается суммой бозонного, лептонного и кваркового лагранжианов

$$\begin{aligned}
L(j) &= L_B(j) + L_Q(j) + L_L(j) = \\
&= L_{B,0} + L_{L,0} + L_{Q,0} + j^2 \{ L_{B,f} + L_{L,f} + L_{Q,f} \} = L_0 + j^2 L_f, \quad (31)
\end{aligned}$$

где  $L_0$  есть неисчезающий в пределе лагранжиан, а  $L_f$  — обращаяющаяся в ноль часть лагранжиана.

Бозонный лагранжиан классических калибровочных полей  $L_B(j)$  обсуждался в работах [8, 9], где было показано, что массы всех частиц электрослабой модели остаются неизменными при контракции  $j^2 \rightarrow 0$ . В этом пределе вклад  $j^2 L_f$  полей нейтрино,  $W$ -бозона и  $u$ -кварка, а также их взаимодействий с другими полями в полный лагранжиан (31) оказывается исчезающе малым по сравнению с вкладом  $L_0$  полей электрона,  $d$ -кварка и остальных бозонов. Таким образом, лагранжиан (31) описывает очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом. С другой стороны, вклад нейтринной части  $j^2 L_f$  в полный лагранжиан возрастает с ростом параметра  $j^2$ , что отвечает экспериментально установленному росту сечения взаимодействия нейтрино с веществом с возрастанием энергии нейтрино. Все это позволяет феноменологически связать контракционный параметр с энергией нейтрино.

### 3. Взаимодействие нейтрино с веществом и физическая интерпретация параметра контракции $j$

Для того, чтобы установить связь контракции калибровочной группы с предельным случаем электрослабой модели и прояснить физический смысл контракционного параметра, необходим более тонкий анализ на уровне квантованных полей, а именно – упругое рассеяние на электронах и кварках. Соответствующие диаграммы, описывающие взаимодействия посредством нейтральных и заряженных токов, представлены на рис. 1 и 2.

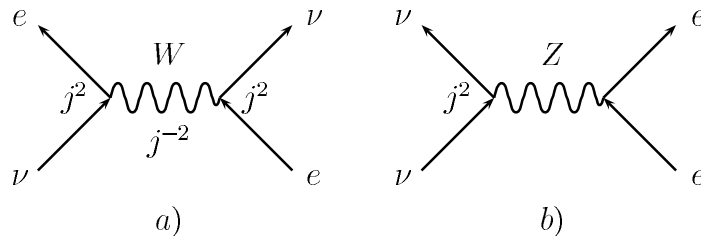


Рис. 1. Упругое рассеяние нейтрино на электроне.

При подстановке (24), (25) обе вершины диаграммы на рис. 1,а) умножаются на  $j^2$ , как это следует из лептонного лагранжиана (29). Пропагатор виртуального поля  $W$  в соответствии с бозонным лагранжианом (26) умножается на  $j^{-2}$ . Действительно, пропагатор есть обратный оператор к оператору свободного поля, а последний для поля  $W$  умножается на  $j^2$ .

Таким образом, в целом амплитуда вероятности для взаимодействия заряженных слабых токов преобразуется по закону:  $M_W \rightarrow j^2 M_W$ . Для диаграммы на рис. 1,б) только одна вершина умножается на  $j^2$ , тогда как вторая вершина и пропагатор нейтрального поля  $Z$  не изменяются, поэтому соответствующая амплитуда для взаимодействия нейтральных слабых токов преобразуется точно так же:  $M_Z \rightarrow j^2 M_Z$ . Сечение взаимодействия пропорционально квадрату амплитуды, следовательно, сечение упругого рассеяния нейтрино на электронах при кон-

тракции калибровочной группы умножается на  $j^4$ . При малых энергиях  $s \ll m_W^2$  оно вносит основной вклад во взаимодействие нейтрино с электронами и имеет вид [10]

$$\sigma_{\nu e} = G_F^2 s f(\xi) = \frac{g^4}{m_W^4} \tilde{f}(\xi), \quad (32)$$

где  $G_F = 10^{-5} \frac{1}{m_p^2} = 1,17 \cdot 10^{-5} \text{ ГэВ}^{-2}$  есть константа Ферми,  $s$  — квадрат энергии в системе центра масс,  $\xi = \sin \theta_W$ ,  $\tilde{f}(\xi) = f(\xi)/32$  — функция угла Вайнберга. В лабораторной системе отсчета это сечение взаимодействия при энергии нейтрино  $m_e \ll E_\nu \ll m_W$  дается выражением [11]

$$\sigma_{\nu e} = G_F^2 m_e E_\nu \tilde{g}(\xi). \quad (33)$$

Вместе с тем, принимая во внимание, что параметр контракции  $j$  безразмерный, можно написать

$$\sigma_{\nu e} = j^4 \sigma_0 = (G_F s)(G_F f(\xi)) \quad (34)$$

и получить выражение контракционного параметра через константу Ферми и фундаментальные параметры электрослабой модели

$$j^2(s) = \sqrt{G_F s} \approx \frac{g\sqrt{s}}{m_W}. \quad (35)$$

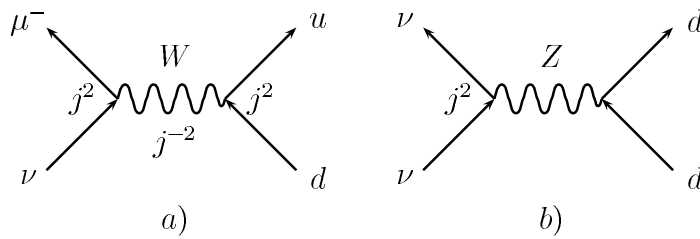


Рис. 2. Упругое рассеяние нейтрино на кварке.

Упругое рассеяние нейтрино на кварках посредством нейтральных и заряженных токов изображено на диаграммах рис. 2.

Сечение взаимодействия рассеяния нейтрино на кварках получается аналогично лептонному случаю и имеет вид [10]

$$\sigma_{\nu}^W = G_F^2 s \hat{f}(\xi), \quad \sigma_{\nu}^Z = G_F^2 s h(\xi). \quad (36)$$

Нуклоны представляют собой сложные образования из кварков, поэтому в выражении для сечения рассеяния нейтрино на нуклонах появляется форм-фактор. Окончательное выражение

$$\sigma_{\nu n} = G_F^2 s \hat{F}(\xi) \quad (37)$$

совпадает с (32), т.е. это сечение рассеяния преобразуется как (34) с контракционным параметром (35). При низких энергиях упругое рассеяние вносит основной вклад в общее сечение взаимодействия нейтрино с веществом, поэтому последнее имеет такие же свойства (34), (35) относительно контракции калибровочной группы.

Таким образом, очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом и линейная зависимость сечения взаимодействия нейтрино с веществом от энергии нейтрино – оба эти экспериментальных факта находят объяснения в рамках электрослабой модели с контрактированной калибровочной группой.

#### 4. Лагранжиан электрослабой модели при высоких энергиях

В предыдущих разделах было показано, что контракция  $j \rightarrow 0$  калибровочной группы (18) соответствует низкоэнергетическому пределу электрослабой модели. При этом первые компоненты лептонных и кварковых дублетов становятся бесконечно малыми по сравнению со вторыми компонентами. Наоборот, при увеличении энергии первые компоненты дублетов возрастают и превосходят вторые. В пределе бесконечно большой энергии вторые компоненты лептонных и кварковых дублетов становятся бесконечно малыми по сравнению с первыми. Чтобы описать этот предел, введем, согласно [12, 13], новый контракционный параметр  $\epsilon$  и новое согласованное действие



группы  $SU(2; \epsilon)$  на пространстве  $\mathbb{C}_2(\epsilon)$ :

$$z'(\epsilon) = \begin{pmatrix} z'_1 \\ \epsilon z'_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & \epsilon\beta \\ -\epsilon\bar{\beta} & \bar{\alpha} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ \epsilon z_2 \end{pmatrix} = u(\epsilon)z(\epsilon),$$

$$\det u(\epsilon) = |\alpha|^2 + \epsilon^2|\beta|^2 = 1, \quad u(\epsilon)u^\dagger(\epsilon) = 1, \quad (38)$$

таким образом, что эрмитова форма

$$z^\dagger(\epsilon)z(\epsilon) = |z_1|^2 + \epsilon^2|z_2|^2 \quad (39)$$

остаётся инвариантной при стремлящемся к нулю контракционном параметре  $\epsilon \rightarrow 0$  или при нильпотентном значении последнего  $\epsilon = \iota, \iota^2 = 0$ .

Обе контрактированные группы  $SU(2; j)$  (18) и  $SU(2; \epsilon)$  (38) одинаковы и изоморфны группе Евклида  $E(2)$ , но пространство  $\mathbb{C}_2(\epsilon)$  в пределе  $\epsilon \rightarrow 0$  расслаивается на одномерную базу  $\{z_1\}$  и одномерный слой  $\{z_2\}$ . С математической точки зрения несущественно, какая декартова координатная ось – первая или вторая – умножается на контракционный параметр, и в этом смысле обе конструкции (18) и (38) эквивалентны. Однако компоненты дублетов интерпретируются как определенные физические поля, поэтому фундаментальные представления (18) и (38) одной и той же контрактированной унитарной группы приводят к **разным** — низкоэнергетическому и высокоэнергетическому — пределам электрослабой модели.

Пространство  $\mathbb{C}_2(\epsilon)$  можно получить из  $\mathbb{C}_2$  заменой  $z \rightarrow \epsilon z_2$ , она, в свою очередь, индуцирует замену генераторов алгебры Ли и стандартных бозонных калибровочных полей (13), которая выглядит как и прежде (24):

$$W_\mu^\pm \rightarrow \epsilon W_\mu^\pm, \quad Z_\mu \rightarrow Z_\mu, \quad A_\mu \rightarrow A_\mu. \quad (40)$$

Левые фермионные поля лептонов и кварков  $L_l = \begin{pmatrix} \nu_l \\ e_l \end{pmatrix}$ ,

$Q_l = \begin{pmatrix} u_l \\ d_l \end{pmatrix}$  являются  $SU(2)$ -дублетами, т.е. векторами пространства  $\mathbb{C}_2$ , поэтому их компоненты преобразуются так же,

как компоненты вектора  $z$ :

$$e_l \rightarrow \epsilon e_l, \quad d_l \rightarrow \epsilon d_l, \quad \nu_l \rightarrow \nu_l, \quad u_l \rightarrow u_l. \quad (41)$$

В электрослабой модели для генерации масс векторных бозонов и других элементарных частиц используется механизм спонтанного нарушения симметрии. В этом механизме одно из основных состояний лагранжиана  $\phi^{vac} = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}$  выбирается в качестве вакуума модели, и затем рассматриваются малые возбуждения скалярного поля  $v + \chi(x)$  и других полей относительно этого вакуума. Таким образом, поле бозона Хиггса  $\chi$  и константа  $v$  умножаются на  $\epsilon$ . Поскольку массы всех частиц пропорциональны  $v$ , получаем следующие преобразования при контракции (38):

$$\chi \rightarrow \epsilon \chi, \quad v \rightarrow \epsilon v, \quad m_p \rightarrow \epsilon m_p, \quad p = \chi, W, Z, e, u, d. \quad (42)$$

В результате преобразований (40)–(42) бозонный лагранжиан электрослабой модели приобретает вид

$$L_B(\epsilon) = -\frac{1}{4} \mathcal{Z}_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4} \mathcal{F}_{\mu\nu}^2 + \epsilon^2 L_{B,2} + \epsilon^3 g W_\mu^+ W_\mu^- \chi + \epsilon^4 L_{B,4}, \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} L_{B,4} &= m_W^2 W_\mu^+ W_\mu^- - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - \lambda v \chi^3 - \frac{\lambda}{4} \chi^4 + \\ &+ \frac{g^2}{4} (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+)^2 + \frac{g^2}{4} W_\mu^+ W_\nu^- \chi^2, \quad (44) \\ L_{B,2} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu \chi)^2 + \frac{1}{2} m_Z^2 (Z_\mu)^2 - \frac{1}{2} \mathcal{W}_{\mu\nu}^+ \mathcal{W}_{\mu\nu}^- + \\ &+ \frac{g m_z}{2 \cos \theta_W} (Z_\mu)^2 \chi + \frac{g^2}{8 \cos^2 \theta_W} (Z_\mu)^2 \chi^2 - \\ &- 2ig (W_\mu^+ W_\nu^- - W_\mu^- W_\nu^+) (\mathcal{F}_{\mu\nu} \sin \theta_W + \mathcal{Z}_{\mu\nu} \cos \theta_W) - \\ &- \frac{i}{2} e \left[ A_\mu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\nu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\nu^+) + \frac{i}{2} e A_\nu (\mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\mu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\mu^+) \right] - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{i}{2}g \cos \theta_W \left[ Z_\mu \left( \mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\nu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\nu^+ \right) - \right. \\
& - Z_\nu \left( \mathcal{W}_{\mu\nu}^+ W_\mu^- - \mathcal{W}_{\mu\nu}^- W_\mu^+ \right) \left. \right] - \frac{e^2}{4} \left\{ \left[ \left( W_\mu^+ \right)^2 + \left( W_\mu^- \right)^2 \right] \left( A_\nu \right)^2 - \right. \\
& - 2 \left( W_\mu^+ W_\nu^+ + W_\mu^- W_\nu^- \right) A_\mu A_\nu + \left[ \left( W_\nu^+ \right)^2 + \left( W_\nu^- \right)^2 \right] \left( A_\mu \right)^2 \left. \right\} - \\
& - \frac{g^2}{4} \cos \theta_W \left\{ \left[ \left( W_\mu^+ \right)^2 + \left( W_\mu^- \right)^2 \right] \left( Z_\nu \right)^2 - \right. \\
& - 2 \left( W_\mu^+ W_\nu^+ + W_\mu^- W_\nu^- \right) Z_\mu Z_\nu + \left[ \left( W_\nu^+ \right)^2 + \left( W_\nu^- \right)^2 \right] \left( Z_\mu \right)^2 \left. \right\} - \\
& - eg \cos \theta_W \left[ W_\mu^+ W_\mu^- A_\nu Z_\nu + W_\nu^+ W_\nu^- A_\mu Z_\mu - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \left( W_\mu^+ W_\nu^- + W_\nu^+ W_\mu^- \right) \left( A_\mu Z_\nu + A_\nu Z_\mu \right) \right]. \quad (45)
\end{aligned}$$

Лептонный лагранжиан через поля электрона и нейтрино записывается в виде

$$\begin{aligned}
L_L(\epsilon) &= L_{L,0} + \epsilon^2 L_{L,2} = \\
&= \nu_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu \nu_l + e_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu e_r + g' \sin \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu e_r - \\
& - g' \cos \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu A_\mu e_r + \frac{g}{2 \cos \theta_w} \nu_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu \nu_l + \\
& + \epsilon^2 \left\{ e_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu e_l - m_e (e_r^\dagger e_l + e_l^\dagger e_r) + \frac{g \cos 2\theta_w}{2 \cos \theta_w} e_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu e_l - \right. \\
& \left. - e e_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu e_l + \frac{g}{\sqrt{2}} \left( \nu_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^+ e_l + e_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^- \nu_l \right) \right\}. \quad (46)
\end{aligned}$$

Кварковый лагранжиан в терминах полей  $u$ - и  $d$ -кварков переписывается в виде

$$L_Q(\epsilon) = L_{Q,0} - \epsilon m_u (u_r^\dagger u_l + u_l^\dagger u_r) + \epsilon^2 L_{Q,2}, \quad (47)$$

где

$$L_{Q,0} = d_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu d_r + u_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu u_l + u_r^\dagger i \tau_\mu \partial_\mu u_r -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{3}g' \cos \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu A_\mu d_r + \frac{1}{3}g' \sin \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu d_r + \frac{2e}{3}u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu u_l + \\
& \quad + \frac{g}{\cos \theta_w} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu u_l + \\
& \quad + \frac{2}{3}g' \cos \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu A_\mu u_r - \frac{2}{3}g' \sin \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu u_r, \quad (48)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{Q,2} = & d_l^\dagger i \tilde{\tau}_\mu \partial_\mu d_l - m_d (d_r^\dagger d_l + d_l^\dagger d_r) - \frac{e}{3} d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu d_l - \\
& - \frac{g}{\cos \theta_w} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu d_l + \\
& + \frac{g}{\sqrt{2}} [u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^+ d_l + d_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu W_\mu^- u_l]. \quad (49)
\end{aligned}$$

Полный лагранжиан электрослабой модели дается суммой  $L(\epsilon) = L_B(\epsilon) + L_L(\epsilon) + L_Q(\epsilon)$  и может быть разложен по степеням  $\epsilon$

$$L(\epsilon) = L_\infty + \epsilon L_1 + \epsilon^2 L_2 + \epsilon^3 L_3 + \epsilon^4 L_4. \quad (50)$$

Контракционный параметр есть монотонная функция  $\epsilon(E)$  характерной (средней) энергии  $E$  (или температуры  $T$ ) системы такая, что  $\epsilon(E) \rightarrow 0$  при  $E \rightarrow \infty$  (или  $\epsilon(T) \rightarrow 0$  при  $T \rightarrow \infty$ ). Высокие энергии, близкие к бесконечной, могут существовать только в ранней Вселенной сразу после ее рождения.

Хорошо известно, что для лучшего понимания сложной физической системы полезно исследовать ее свойства при предельных значениях тех или иных ее параметров. Из разложения (50) следует, что после рождения Вселенной электрослабая модель проходит ряд стадий в восстановлении из предельного состояния, которые различаются степенями контракционного параметра  $\epsilon$ . Это открывает возможность для построения целого ряда промежуточных моделей различной степени сложности. Можно взять лагранжиан  $L_\infty$  для первоначальной предельной модели, затем добавить  $L_1$  и получить вторую модель с лагранжианом  $\mathcal{L}_1 = L_\infty + L_1$ . После этого можно добавить  $L_2$  и получить третью модель с лагранжианом  $\mathcal{L}_2 =$

$L_\infty + L_1 + L_2$ . Последняя предельная модель имеет лагранжиан  $\mathcal{L}_3 = L_\infty + L_1 + L_2 + L_3$ . Однако, следует отметить, что среди перечисленных предельных моделей только одна с лагранжианом  $L_\infty$  является калибровочной моделью с группой, которая изоморфна группе Евклида  $E(2)$ .

В пределе бесконечной энергии (при  $\epsilon = 0$ ) лагранжиан (50) равен

$$L_\infty = -\frac{1}{4}Z_{\mu\nu}^2 - \frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}^2 + \nu_l^\dagger i\tilde{\tau}_\mu \partial_\mu \nu_l + u_l^\dagger i\tilde{\tau}_\mu \partial_\mu u_l + \\ + e_r^\dagger i\tau_\mu \partial_\mu e_r + d_r^\dagger i\tau_\mu \partial_\mu d_r + u_r^\dagger i\tau_\mu \partial_\mu u_r + L_\infty^{int}(A_\mu, Z_\mu), \quad (51)$$

где

$$L_\infty^{int}(A_\mu, Z_\mu) = \\ = \frac{g}{2 \cos \theta_w} \nu_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu \nu_l + \frac{2e}{3} u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu A_\mu u_l + g' \sin \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu e_r + \\ + \frac{g}{\cos \theta_w} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w \right) u_l^\dagger \tilde{\tau}_\mu Z_\mu u_l - g' \cos \theta_w e_r^\dagger \tau_\mu A_\mu e_r - \\ - \frac{1}{3} g' \cos \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu A_\mu d_r + \frac{1}{3} g' \sin \theta_w d_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu d_r + \\ + \frac{2}{3} g' \cos \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu A_\mu u_r - \frac{2}{3} g' \sin \theta_w u_r^\dagger \tau_\mu Z_\mu u_r. \quad (52)$$

Предельная бесконечноэнергетическая модель включает только **безмассовые частицы**: нейтральный безмассовый бозон  $Z_\mu$  и фотон, нейтрино  $\nu_l$  и безмассовый правый электрон  $e_r$ , а также безмассовые левые и правые кварки  $u_l, u_r, d_r$ . Этот феномен имеет ясное физическое объяснение: средняя энергия (или температура) настолько велика (на много порядков превосходя типичную массу элементарных частиц в 100 ГэВ), что массами частиц можно пренебречь — они ведут себя как безмассовые. Электрослабые взаимодействия становятся дальнодействующими, поскольку они переносятся теперь уже безмассовыми  $Z$ -бозонами и фотонами. Отметим, что поля заряженных бозонов  $W_\mu^\pm$ , отвечающие подгруппе трансляций евклидовой группы

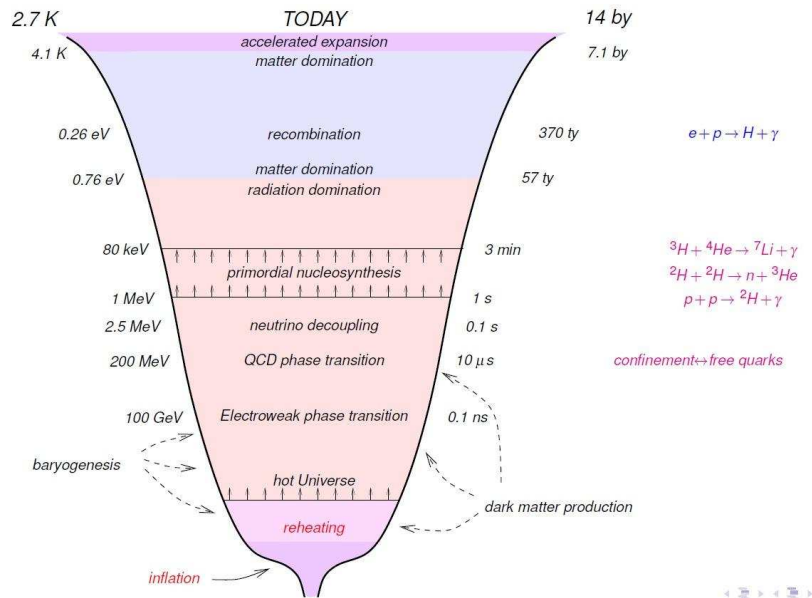


Рис. 3. Эволюция Вселенной ( $1\text{eV} = 10^4\text{K}$ ) [16].

$E(2)$ , в предельных лагранжианах  $L_0$  (31) и  $L_\infty$  (51) отсутствуют.

Подобные высокие энергии могут существовать только в ранней Вселенной в доэлектрослабую эпоху, как показано на рис. 3. Наиболее интересным вопросом является эволюция Вселенной, и предельный лагранжиан  $L_\infty$  можно рассматривать как хорошую аппроксимацию в первые мгновения после горячего Большого взрыва и инфляции [14, 15], подобно тому как нерелятивистская механика является хорошим приближением релятивистской при малых скоростях.

Из явного вида  $L_\infty^{\text{int}}(A_\mu, Z_\mu)$  следует, что взаимодействуют между собой только частицы одного вида, например, нейтральные нейтрино взаимодействуют друг с другом только посредством нейтральных токов, остальные частицы имеют электрический заряд и взаимодействуют с себе подобными как с помощью безмассовых бозонов  $Z_\mu$ , так и фотонов. Частицы разных

видов не взаимодействуют. Таким образом, в пределе бесконечной энергии происходит своеобразная стратификация электрослабой модели такая, что в каждый слой попадают частицы только одного сорта.

Контракция электрослабой модели дает возможность классифицировать события по признаку раньше–позже, не позволяя, однако, установить их абсолютную датировку без привлечения дополнительной информации. Еще до квантования, уже на уровне классических полей, можно сделать ряд выводов, в частности, заключить, что  $u$ -кварк первым приобретает массу в процессе эволюции Вселенной. В самом деле, массовое слагаемое  $u$ -кварка  $L_1 = -m_u(u_r^\dagger u_l + u_l^\dagger u_r)$  в лагранжиане (50) пропорционально первой степени контракционного параметра, в то время как массовые слагаемые  $Z$ -бозона, электрона и  $d$ -кварка умножаются на вторую степень

$$\epsilon^2 \left[ \frac{1}{2} m_Z^2 (Z_\mu)^2 + m_e (e_r^\dagger e_l + e_l^\dagger e_r) + m_d (d_r^\dagger d_l + d_l^\dagger d_r) \right]. \quad (53)$$

В это же время появляются безмассовые бозон Хиггса  $\chi$  и заряженные  $W^\pm$ -бозоны. Массивными они становятся в последнюю очередь, после всех остальных частиц электрослабой модели, поскольку их массовые слагаемые пропорциональны  $\epsilon^4$ . Самодействие бозона Хиггса возникает вместе с появлением у него массы. Сюда же относятся диаграммы четыреххвостки, описывающие взаимодействия четырех  $W^\pm$ -бозонов, а также двух бозонов Хиггса  $\chi$  и двух  $W^\pm$ -бозонов (44). Единственное слагаемое в лагранжиане, пропорциональное третьей степени контракционного параметра  $L_3 = g W_\mu^+ W_\mu^- \chi$ , соответствует взаимодействию бозона Хиггса с заряженными векторными бозонами. Остальные взаимодействия между частицами электрослабой модели появляются несколько ранее, во втором порядке по параметру  $\epsilon$ .

Два оставшихся поколения лептонов (16) и кварков (17) ведут себя аналогичным образом: при бесконечной энергии выживают только безмассовые правые  $\mu^-$  и  $\tau^-$ -мюоны, левые  $\mu^-$  и  $\tau^-$ -

нейтрино, а также безмассовые левые и правые кварки  $c_l, c_r, s_r, t_l, t_r, b_r$ . В числе первых вместе с  $u$ -кварком появляется масса у  $c$ - и  $t$ -кварков, а затем становятся массивными  $\mu$ - и  $\tau$ -мюоны,  $s$ - и  $b$ -кварки.

*Замечание.* Вывод о появлении массы вначале у  $u$ -,  $c$ - и  $t$ -кварков, а затем у всех остальных основан на рассмотрении дублетов вида  $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$  (17). Если же в дублетах поменять местами первую и вторую компоненты, то сначала станут массивными  $d$ -,  $s$ - и  $b$ -кварки. При любом распределении компонент можно утверждать, что половина кварков станет массивной раньше, а оставшаяся половина – позже.

Сильные взаимодействия кварков и глюонов описываются КХД.

## 5. Лагранжиан квантовой хромодинамики

Подобно электрослабой модели КХД есть калибровочная теория, основанная на локальных преобразованиях цветовых степеней свободы, оставляющих лагранжиан КХД инвариантным [17]. Калибровочной группой симметрии КХД является неабелева специальная унитарная группа  $SU(3)$ , действующая в трехмерном комплексном пространстве цветовых состояний кварков  $q = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} q_R \\ q_G \\ q_B \end{pmatrix} \in \mathbf{C}_3$ , где  $q(x)$  обозначает поля кварков  $q = u, d, s, c, b, t$ , а индексы  $R$  (red),  $G$  (green),  $B$  (blue) – цветовые степени свободы. Калибровочные бозоны группы  $SU(3)$  именуются глюонами. Всего имеется восемь глюонов в соответствии с числом генераторов группы. Глюоны являются переносчиками сильных взаимодействий между кварками. Лагранжиан выбирается в виде

$$\mathcal{L} = \sum_q \bar{q}^i (i\gamma^\mu) (D_\mu)_{ij} q^j - \frac{1}{4} \sum_{\alpha=1}^8 F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha}, \quad (54)$$



в который входит ковариантная производная от кварковых полей

$$D_\mu q = \left( \partial_\mu - ig_s \left( \frac{\lambda^\alpha}{2} \right) A_\mu^\alpha \right) q, \quad (55)$$

сильная константа связи  $g_s$ , генераторы группы  $SU(3)$  вида  $t^\alpha = \lambda^\alpha/2$ , матрицы Гелл-Манна

$$\begin{aligned} \lambda^1 &= \begin{pmatrix} \cdot & 1 & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} \cdot & -i & \cdot \\ i & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, \\ \lambda^4 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda^5 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & -i \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & 1 & \cdot \end{pmatrix}, \\ \lambda^7 &= \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -i \\ \cdot & i & \cdot \end{pmatrix}, & \lambda^8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & -2 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (56)$$

глюонный тензор

$$F_{\mu\nu}^\alpha = \partial_\mu A_\nu^\alpha - \partial_\nu A_\mu^\alpha + g_s f^{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\beta A_\nu^\gamma, \quad (57)$$

содержащий ненулевые антисимметричные по всем индексам структурные константы калибровочной группы:

$$\begin{aligned} f^{123} &= 1, & f^{147} &= f^{246} = f^{257} = f^{345} = \frac{1}{2}, \\ f^{156} &= f^{367} = -\frac{1}{2}, & f^{458} &= f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \end{aligned} \quad (58)$$

где  $[t^\alpha, t^\beta] = i f^{\alpha\beta\gamma} t^\gamma$ ,  $\alpha, \beta, \gamma = 1, \dots, 8$ . Массовые слагаемые  $-m_q \bar{q}^i q_i$  не включены, поскольку они входят в электрослабый лагранжиан (14).

Выбор матриц Гелл-Манна (56) фиксирует базис в группе  $SU(3)$ , что позволяет выписать явный вид ковариантных производных (55)

$$\begin{aligned}
D_\mu &= \mathbf{I}\partial_\mu - i\frac{g_s}{2} \begin{pmatrix} A_\mu^3 + \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 & A_\mu^1 - iA_\mu^2 & A_\mu^4 - iA_\mu^5 \\ A_\mu^1 + iA_\mu^2 & \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 - A_\mu^3 & A_\mu^6 - iA_\mu^7 \\ A_\mu^4 + iA_\mu^5 & A_\mu^6 + iA_\mu^7 & -\frac{2}{\sqrt{3}}A_\mu^8 \end{pmatrix} = \\
&= \mathbf{I}\partial_\mu - i\frac{g_s}{2} \begin{pmatrix} A_\mu^{RR} & A_\mu^{RG} & A_\mu^{RB} \\ A_\mu^{GR} & A_\mu^{GG} & A_\mu^{GB} \\ A_\mu^{BR} & A_\mu^{BG} & A_\mu^{BB} \end{pmatrix}, \quad (59)
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
A_\mu^{RR} &= \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 + A_\mu^3, & A_\mu^{GG} &= \frac{1}{\sqrt{3}}A_\mu^8 - A_\mu^3, & A_\mu^{BB} &= -\frac{2}{\sqrt{3}}A_\mu^8, \\
A_\mu^{RR} + A_\mu^{GG} + A_\mu^{BB} &= 0, & A_\mu^{GR} &= A_\mu^1 + iA_\mu^2 = \bar{A}_\mu^{RG}, \\
A_\mu^{BR} &= A_\mu^4 + iA_\mu^5 = \bar{A}_\mu^{RB}, & A_\mu^{BG} &= A_\mu^6 + iA_\mu^7 = \bar{A}_\mu^{GB}, \quad (60)
\end{aligned}$$

и лагранжиана (54)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= \bar{u}_i(i\gamma^\mu)(D_\mu)^{ij}u_j + \dots - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha} \equiv \\
&\equiv L_u + \dots - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha}, \quad (61)
\end{aligned}$$

в котором приведена только часть лагранжиана  $L_u$ , относящаяся к  $u$ -кварку. Отметим, что в КХД отсутствует механизм спонтанного нарушения симметрии, который придает массу калибровочным бозонам, как это происходит в электрослабой модели. Поэтому глюоны являются безмассовыми частицами.

Лагранжиан КХД имеет богатое динамическое содержание. Он обеспечивает сложный спектр адронов, свойства конфайнмента и ряд других эффектов. Конфайнмент означает [17], что изолированный цветной заряд (изолированный кварк) существовать не может. Потенциал между кварком и антикварком имеет

кулоновское поведение на малых расстояниях и линейно растет на больших:

$$V_{q\bar{q}} \cong C_F \left( \frac{\alpha_s(r)}{r} + \sigma r \right). \quad (62)$$

Линейно растущее слагаемое в (62) делает энергетически невозможным разделение пары кварк-антикварк. Конфайнмент объясняет, почему сильные взаимодействия имеют очень малый радиус, хотя из-за безмассовости глюонов они могли бы быть дальнедействующими. Нуклоны являются цветовыми  $SU(3)$ -синглетами (скалярами), поэтому они не могут обмениваться цветными глюонами. Наиболее легкие цветовые синглеты, которыми могут обмениваться нуклоны, — это пионы с массой  $m_\pi = 140$  МэВ. Поэтому радиус действия ядерных сил определяется массой пионов  $r \approx m_\pi^{-1} \cong 10^{-13}$  см.

## 6. Квантовая хромодинамика с контрактированной калибровочной группой

Рассмотрим специальную унитарную группу  $SU(3; \kappa)$ , которая задается своим действием

$$\begin{aligned} q'(\kappa) &= \begin{pmatrix} q'_1 \\ \kappa_1 q'_2 \\ \kappa_1 \kappa_2 q'_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{11} & \kappa_1 u_{12} & \kappa_1 \kappa_2 u_{13} \\ \kappa_1 u_{21} & u_{22} & \kappa_2 u_{23} \\ \kappa_1 \kappa_2 u_{31} & \kappa_2 u_{32} & u_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_1 \\ \kappa_1 q_2 \\ \kappa_1 \kappa_2 q_3 \end{pmatrix} = \\ &= U(\kappa) q(\kappa), \quad \det U(\kappa) = 1, \quad U(\kappa) U^\dagger(\kappa) = 1 \end{aligned} \quad (63)$$

на трехмерном комплексном пространстве  $\mathbf{C}_3(\kappa)$ . При этом сохраняется эрмитова форма

$$q^\dagger(\kappa) q(\kappa) = |q_1|^2 + \kappa_1^2 (|q_2|^2 + \kappa_2^2 |q_3|^2). \quad (64)$$

Различные контрактированные группы  $SU(3; \kappa)$  получаются при независимом стремлении параметров к нулю:  $\kappa_1, \kappa_2 \rightarrow 0$ .

Переход к группе  $SU(3; \kappa)$  и пространству  $\mathbf{C}_3(\kappa)$  осуществляется заменой

$$q_1 \rightarrow q_1, \quad q_2 \rightarrow \kappa_1 q_2, \quad q_3 \rightarrow \kappa_1 \kappa_2 q_3,$$

$$A_\mu^{GR} \rightarrow \kappa_1 A_\mu^{GR}, \quad A_\mu^{BG} \rightarrow \kappa_2 A_\mu^{BG}, \quad A_\mu^{BR} \rightarrow \kappa_1 \kappa_2 A_\mu^{BR}, \quad (65)$$

причем диагональные калибровочные поля  $A_\mu^{RR}, A_\mu^{GG}, A_\mu^{BB}$  остаются неизменными. Подставляя (65) в (61), находим кварковую часть лагранжиана

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_q(\kappa) = & \sum_q \left\{ i\bar{q}_1 \gamma^\mu \partial_\mu q_1 + \frac{g_s}{2} |q_1|^2 \gamma^\mu A_\mu^{RR} + \right. \\ & + \kappa_1^2 \left[ i\bar{q}_2 \gamma^\mu \partial_\mu q_2 + \frac{g_s}{2} \left( |q_2|^2 \gamma^\mu A_\mu^{GG} + q_1 \bar{q}_2 \gamma^\mu A_\mu^{GR} + \bar{q}_1 q_2 \gamma^\mu \bar{A}_\mu^{GR} \right) \right] + \\ & + \kappa_1^2 \kappa_2^2 \left[ i\bar{q}_3 \gamma^\mu \partial_\mu q_3 + \frac{g_s}{2} \left( |q_3|^2 \gamma^\mu A_\mu^{BB} + q_1 \bar{q}_3 \gamma^\mu A_\mu^{BR} + \bar{q}_1 q_3 \gamma^\mu \bar{A}_\mu^{BR} + \right. \right. \\ & \left. \left. + q_2 \bar{q}_3 \gamma^\mu A_\mu^{BG} + \bar{q}_2 q_3 \gamma^\mu \bar{A}_\mu^{BG} \right) \right] \left. \right\} = L_q^\infty + \kappa_1^2 L_q^{(2)} + \kappa_1^2 \kappa_2^2 L_q^{(4)}. \quad (66) \end{aligned}$$

Введем обозначения

$$\partial A^k \equiv \partial_\mu A_\nu^k - \partial_\nu A_\mu^k, \quad [k, m] \equiv A_\mu^k A_\nu^m - A_\mu^m A_\nu^k, \quad (67)$$

тогда компоненты глюонного тензора (57) можно представить в виде

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^1 &= \kappa_1 \left\{ \partial A^1 + \frac{g_s}{2} \left( 2[2, 3] + \kappa_2^2 ([4, 7] - [5, 6]) \right) \right\}, \\ F_{\mu\nu}^2 &= \kappa_1 \left\{ \partial A^2 + \frac{g_s}{2} \left( -2[1, 3] + \kappa_2^2 ([4, 6] + [5, 7]) \right) \right\}, \\ F_{\mu\nu}^3 &= \partial A^3 + \frac{g_s}{2} \left( \kappa_1^2 2[1, 2] - \kappa_2^2 [6, 7] + \kappa_1^2 \kappa_2^2 [4, 5] \right), \\ F_{\mu\nu}^4 &= \kappa_1 \kappa_2 \left\{ \partial A^4 - \frac{g_s}{2} \left( [1, 7] + [2, 6] + [3, 5] - \sqrt{3}[5, 8] \right) \right\}, \\ F_{\mu\nu}^5 &= \kappa_1 \kappa_2 \left\{ \partial A^5 + \frac{g_s}{2} \left( [1, 6] - [2, 7] + [3, 4] - \sqrt{3}[4, 8] \right) \right\}, \\ F_{\mu\nu}^6 &= \kappa_2 \left\{ \partial A^6 + \frac{g_s}{2} \left( \kappa_1^2 ([2, 4] - [1, 5]) + [3, 7] + \sqrt{3}[7, 8] \right) \right\}, \\ F_{\mu\nu}^7 &= \kappa_2 \left\{ \partial A^7 + \frac{g_s}{2} \left( \kappa_1^2 ([1, 4] + [2, 5]) - [3, 6] - \sqrt{3}[6, 8] \right) \right\}, \end{aligned}$$

$$F_{\mu\nu}^8 = \partial A^8 + \frac{g_s \sqrt{3}}{2} \kappa_2^2 (\kappa_1^2 [4, 5] + [6, 7]). \quad (68)$$

Глюонная часть лагранжиана (61) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{gl}(\kappa) &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^\alpha F^{\mu\nu\alpha} = \\ &= -\frac{1}{4} \left\{ H_3^2 + H_8^2 + \kappa_1^2 (F_1^2 + F_2^2 + 2H_3 F_3) + \right. \\ &\quad + \kappa_2^2 (G_6^2 + G_7^2 + 2H_3 G_3 - 2\sqrt{3} H_8 G_3) + \kappa_1^4 F_3^2 + \kappa_2^4 G_3^2 + \\ &\quad + \kappa_1^2 \kappa_2^2 [P_4^2 + P_5^2 + 2(F_1 G_1 + F_2 G_2 + F_3 G_3 + F_6 G_6 + F_7 G_7 + \\ &\quad + \sqrt{3} H_8 P_3)] + \kappa_1^2 \kappa_2^4 (G_1^2 + G_2^2 - 4G_3 P_3) + \\ &\quad \left. + \kappa_1^4 \kappa_2^2 (F_6^2 + F_7^2 + 2F_3 P_3) + \kappa_1^4 \kappa_2^4 P_3^2 \right\}. \quad (69) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} F_1 &= \partial A^1 + g_s [2, 3], \quad F_2 = \partial A^2 - g_s [1, 3], \\ G_1 &= \frac{g_s}{2} ([4, 7] - [5, 6]), \quad G_2 = \frac{g_s}{2} ([4, 6] + [5, 7]), \\ H_3 &= \partial A^3, \quad F_3 = g_s [1, 2], \quad G_3 = -\frac{g_s}{2} [6, 7], \quad P_3 = \frac{g_s}{2} [4, 5], \\ P_4 &= \partial A^4 - \frac{g_s}{2} ([1, 7] + [2, 6] + [3, 5] - \sqrt{3} [5, 8]), \\ P_5 &= \partial A^5 + \frac{g_s}{2} ([1, 6] - [2, 7] + [3, 4] - \sqrt{3} [4, 8]), \\ G_6 &= \partial A^6 + \frac{g_s}{2} ([3, 7] + \sqrt{3} [7, 8]), \quad F_6 = \frac{g_s}{2} ([2, 4] - [1, 5]), \\ G_7 &= \partial A^7 - \frac{g_s}{2} ([3, 6] + \sqrt{3} [6, 8]), \quad F_7 = \frac{g_s}{2} ([1, 4] + [2, 5]), \\ H_8 &= \partial A^8. \quad (70) \end{aligned}$$

Калибровочная группа  $SU(3; \kappa)$  в рамках схемы Кэли-Клейна [2] допускает две однопараметрические контракции  $\kappa_1 \rightarrow 0, \kappa_2 = 1$  или  $\kappa_2 \rightarrow 0, \kappa_1 = 1$  и одну двухпараметрическую, когда

независимо друг от друга  $\kappa_1, \kappa_2 \rightarrow 0$ . Рассмотрим контракцию  $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa \rightarrow 0$  и отвечающий ей предельный случай КХД. Простая алгебра Ли  $su(3)$  приобретает структуру полупрямой суммы

$$\begin{aligned} su(3; 0) &= ((u(1) \ltimes T_2) \oplus \hat{u}(1)) \ltimes T_4 = \\ &= (u(1) \oplus \hat{u}(1)) \ltimes (T_2 \ltimes T_4), \end{aligned} \quad (71)$$

где  $T_4 = \{t^1, t^2, t^4, t^5\}$ ,  $T_2 = \{t^6, t^7\}$  есть абелевы подалгебры,  $\hat{u}(1) = \{\frac{1}{\sqrt{3}}t^8 - t^3\}$  и  $u(1) = \{\frac{1}{\sqrt{3}}t^8 + t^3\}$  — одномерные подалгебры. Соответственно, простая группа  $SU(3)$  становится полупрямым произведением своих подгрупп.

Будем считать, что контракционный параметр  $\kappa = \kappa_1 = \kappa_2$  совпадает с параметром  $\epsilon$  (38) электрослабой модели:  $\kappa = \epsilon$ . Кварковая часть лагранжиана (66) при этом представляется в виде суммы слагаемых, пропорциональных нулевой, второй и четвертой степеням  $\epsilon$

$$\mathcal{L}_q(\epsilon) = L_q^\infty + \epsilon^2 L_q^{(2)} + \epsilon^4 L_q^{(4)}, \quad (72)$$

а глюонная часть (70) — как сумма слагаемых, пропорциональных нулевой, второй, четвертой, шестой и восьмой степеням контракционного параметра

$$\mathcal{L}_{gl}(\epsilon) = L_{gl}^\infty + \epsilon^2 L_{gl}^{(2)} + \epsilon^4 L_{gl}^{(4)} + \epsilon^6 L_{gl}^{(6)} + \epsilon^8 L_{gl}^{(8)}, \quad (73)$$

где

$$\begin{aligned} L_{gl}^\infty &= -\frac{1}{4} \left\{ (\partial A^3)^2 + (\partial A^8)^2 \right\}, \\ L_{gl}^{(2)} &= -\frac{1}{4} \left\{ (\partial A^1 + g_s [2, 3])^2 + \left( \partial A^6 + \frac{g_s}{2} ([3, 7] + \sqrt{3} [7, 8]) \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\partial A^2 - g_s [1, 3])^2 + \left( \partial A^7 - \frac{g_s}{2} ([3, 6] + \sqrt{3} [6, 8]) \right)^2 + \right. \\ &\quad \left. + g_s \left( (2[1, 2] - [6, 7]) \partial A^3 + \sqrt{3} [6, 7] \partial A^8 \right) \right\} \\ L_{gl}^{(4)} &= -\frac{1}{4} \left\{ (\partial A^4)^2 + (\partial A^5)^2 + g_s \left( ([4, 7] - [5, 6]) \partial A^1 + \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + ([4, 6] + [5, 7]) \partial A^2 - ([1, 7] + [2, 6] + [3, 5] - \sqrt{3}[5, 8]) \partial A^4 + \\
& + ([1, 6] - [2, 7] + [3, 4] - \sqrt{3}[4, 8]) \partial A^5 + ([2, 4] - [1, 5]) \partial A^6 + \\
& + ([1, 4] + [2, 5]) \partial A^7 + \sqrt{3}[4, 5] \partial A^8 + g_s^2 ([1, 2]^2 + [6, 7]^2 - \\
& - [1, 2][6, 7] - [1, 3]([4, 6] + [5, 7]) + [2, 3]([4, 7] - [5, 6]) + \\
& + \frac{1}{2}([3, 7] + \sqrt{3}[7, 8])([2, 4] - [1, 5]) - \\
& - \frac{1}{2}([3, 6] + \sqrt{3}[6, 8])([1, 4] + [2, 5]) + \\
& + \frac{1}{2}([1, 7] + [2, 6] + [3, 5] - \sqrt{3}[5, 8])^2 + \\
& + \frac{1}{2}([1, 6] - [2, 7] + [3, 4] - \sqrt{3}[4, 8])^2 \Big\}, \\
L_{gl}^{(6)} & = -\frac{g_s^2}{16} \Big\{ ([4, 7] - [5, 6])^2 + ([4, 6] + [5, 7])^2 + \\
& + ([2, 4] - [1, 5])^2 + ([1, 4] + [2, 5])^2 + 4([1, 2] + [6, 7])[4, 5] \Big\}, \\
L_{gl}^{(8)} & = -\frac{g_s^2}{4} [4, 5]^2. \tag{74}
\end{aligned}$$

В пределе бесконечных энергий (температур)  $\kappa = \epsilon \rightarrow 0$  большая часть компонент глюонного тензора обнуляется, а выражения для двух оставшихся существенно упрощаются

$$\begin{aligned}
F_{\mu\nu}^3 & = \partial_\mu A_\nu^3 - \partial_\nu A_\mu^3 = \frac{1}{2} (F_{\mu\nu}^{RR} - F_{\mu\nu}^{GG}), \\
F_{\mu\nu}^8 & = \partial_\mu A_\nu^8 - \partial_\nu A_\mu^8 = \frac{\sqrt{3}}{2} (F_{\mu\nu}^{RR} + F_{\mu\nu}^{GG}), \tag{75}
\end{aligned}$$

что позволяет выписать в явном виде лагранжиан КХД в этом пределе

$$\mathcal{L}_\infty = L_q^\infty + L_{gl}^\infty = \sum_q \left\{ i \bar{q}_R \gamma^\mu \partial_\mu q_R + \frac{g_s}{2} |q_R|^2 \gamma^\mu A_\mu^{RR} \right\} -$$

$$-\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^{RR})^2 - \frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^{GG})^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{RR} F_{\mu\nu}^{GG}. \quad (76)$$

Из лагранжиана  $\mathcal{L}_\infty$  следует, что при бесконечной энергии выживают только динамические слагаемые для первых цветных  $R$ -компонент безмассовых кварков, т.е. кварки становятся монохроматическими, а также слагаемые, описывающие взаимодействия этой цветной компоненты кварков с  $R$ -глюонами. Помимо  $R$ -глюонов присутствуют также  $G$ -глюоны, которые не взаимодействуют с кварками.

Аналогично электрослабой модели, отталкиваясь от разложений  $\mathcal{L}_q(\epsilon)$  (72) и  $\mathcal{L}_{gl}(\epsilon)$  (73), в случае КХД можно построить ряд промежуточных моделей, описывающих восстановление цветных степеней свободы кварков и глюонных взаимодействий в процессе эволюции Вселенной. Из явного вида лагранжиана  $\mathcal{L}(\epsilon) = \mathcal{L}_q(\epsilon) + \mathcal{L}_{gl}(\epsilon)$  можно заключить, что полное восстановление цветных степеней свободы у кварков произойдет после появления масс у всех кварков ( $\approx \epsilon^2$ ) (53) одновременно с восстановлением всех электрослабых взаимодействий ( $\approx \epsilon^4$ ). Цветные взаимодействия в полном объеме включаются еще позже, поскольку некоторые из них пропорциональны восьмой степени контракционного параметра калибровочной группы  $SU(3; \epsilon)$ .

## 7. Оценки граничных значений

Как уже отмечалось, контракция калибровочной группы электрослабой модели или КХД дает возможность упорядочить этапы развития модели по времени их появления в процессе эволюции, но не позволяет установить их абсолютную датировку. Попытаемся оценить время появления того или иного этапа с помощью дополнительных предположений. Одно из них, а именно то, что контракционные параметры электрослабой модели и КХД одинаковы, уже сделали.

Далее воспользуемся тем (см. рис. 3), что электрослабая эпоха наступает при энергии  $E_4 = 100$  ГэВ, а эпоха КХД – при



$E_8 = 0,2 \text{ ГэВ}$ , т.е. полагаем, что при таких энергиях происходит полное восстановление стандартной электрослабой модели, самые малые слагаемые в лагранжиане которой пропорциональны  $\epsilon^4$ , и стандартной КХД, лагранжиан которой содержит наименьшие слагаемые, пропорциональные  $\epsilon^8$ . Обозначим символом  $\Delta$  уровень отсечения для  $\epsilon^k$ ,  $k = 1, 2, 3, 4, 6, 8$ , т.е. такое значение, что при  $\epsilon^k < \Delta$  слагаемыми с множителем  $\epsilon^k$  в лагранжиане можно пренебречь. Наконец, предположим обратно пропорциональную зависимость контракционного параметра от энергии

$$\epsilon(E) = \frac{A}{E}, \quad (77)$$

где  $A$  — константа размерности  $E$ .

Поскольку наименьшие слагаемые в лагранжиане КХД пропорциональны  $\epsilon^8$  и КХД восстанавливается при энергии  $E_8 = 0,2 \text{ ГэВ}$ , то получаем уравнение  $\epsilon^8(E_8) = A^8 E_8^{-8} = \Delta$ , откуда находим значение постоянной  $A = E_8 \Delta^{1/8} = 0,2 \Delta^{1/8} \text{ ГэВ}$ . В лагранжиане электрослабой модели наименьшие слагаемые пропорциональны  $\epsilon^4$ , и она восстанавливается при энергии  $E_4 = 100 \text{ ГэВ}$ . Тогда имеем  $\epsilon^4(E_4) = A^4 E_4^{-4} = \Delta$ , т.е.  $E_4 = A \Delta^{-1/4} = E_8 \Delta^{1/8} \Delta^{-1/4} = E_8 \Delta^{-1/8}$ , откуда находим уровень отсечения  $\Delta = (E_8 E_4^{-1})^8 = (0,2 \cdot 10^{-2})^8 \approx 10^{-22}$ , согласованный с типичными энергиями электрослабой модели и КХД. Для  $k$ -й степени параметра имеем соотношение  $\epsilon^k(E_k) = A^k E_k^{-k} = \Delta$ , что дает

$$E_k = \frac{A}{\Delta^{1/k}} = \frac{E_8 \Delta^{1/8}}{\Delta^{1/k}} = E_8 \Delta^{\frac{k-8}{8k}} \approx 10^{\frac{88-15k}{4k}} \text{ ГэВ}. \quad (78)$$

Несложные вычисления приводят к следующим оценкам граничных уровней средней энергии (или температуры) в ранней Вселенной (ГэВ):  $E_1 = 10^{18}$ ,  $E_2 = 10^7$ ,  $E_3 = 10^3$ ,  $E_6 = 1$ .

Следует отметить, что в классе степенных функций  $\epsilon(E) = BE^{-p}$  оценки граничных уровней энергии слабо зависят от показателя степени  $p$ . Так, для  $p = 10$  получаем практически те же значения  $E_k$ , что и для простейшей зависимости (77) с  $p = 1$ .

Для простейшей линейной зависимости контракционного параметра от времени  $\epsilon(t) = Ct$ , где  $C$  – константа, аналогичные оценки при  $t_8 = 10^{-5}$  с и  $t_4 = 10^{-10}$  с дают уровень отсечения  $\Delta_t = 10^{-40}$  и  $t_k = \Delta^{1/k}$  с, т.е.  $t_1 = 10^{-40}$  с,  $t_2 = 10^{-20}$  с,  $t_3 = 10^{-13}$  с,  $t_4 = 10^{-10}$  с,  $t_6 = 10^{-7}$  с,  $t_8 = 10^{-5}$  с.

Между энергией (температурой) и временем жизни Вселенной нет пропорциональной зависимости, как это видно из рис. 3 при  $E < 10^2$  ГэВ или  $t > 10^{-10}$  с, поэтому оценки граничных значений по энергии (температуре) и по времени следует рассматривать как независимые.

Обратим внимание на то, что полученная оценка "бесконечной" энергии  $E_1 \approx 10^{18}$  ГэВ не превосходит планковского масштаба  $\approx 10^{19}$  ГэВ, на котором становятся существенными гравитационные эффекты [17], т.е. предложенная схема эволюции элементарных частиц не выходит за пределы явлений, описываемых электрослабыми и сильными взаимодействиями.

Таким образом, предельные лагранжианы электрослабой модели (51) и КХД (76) действуют при энергиях выше  $10^{18}$  ГэВ ( $t < 10^{-40}$  с), близких к планковскому масштабу. Ниже этой энергии вплоть до энергии  $10^7$  ГэВ, т.е. в интервале  $10^{-40}$  с  $< t < 10^{-20}$  с, половина кварков являются массивными. В интервале энергий от  $10^7$  до  $10^2$  ГэВ ( $10^{-20}$  с  $< t < 10^{-10}$  с) все частицы приобретают массу, в полном объеме восстанавливаются цветные степени свободы у кварков и электрослабые взаимодействия частиц.

## Заключение

Исходя из первых принципов калибровочных теорий, а именно – контракции калибровочной группы, нами исследовался низкоэнергетический предел электрослабой модели. Было установлено, что математический параметр контракции пропорционален энергии системы. Очень слабое взаимодействие нейтрино с веществом, особенно при низких энергиях, можно объяснить контракцией калибровочной группы  $SU(2)$  уже на уровне

классических полей. Предельный процесс находится в согласии с экспериментально установленной линейной зависимостью сечения взаимодействия нейтрино с веществом от энергии.

Альтернативное низкоэнергетическому случаю согласованное действие калибровочной группы на пространстве полей отвечает пределу бесконечной энергии. Стремящийся к нулю параметр контракции есть монотонная функция средней энергии или температуры. Для калибровочной группы  $SU(3)$  КХД выбран тот же контракционный параметр  $\kappa = \epsilon$ , что и для электрослабой модели.

Стандартная модель в пределе бесконечной энергии проходит ряд стадий, различающихся степенями контракционного параметра, что дает возможность классифицировать события по принципу раньше–позже. Для определения абсолютной датировки граничных энергий, отделяющих процессы, отвечающие разным степеням контракционного параметра  $\epsilon$ , привлечены дополнительные соображения: обратно пропорциональную зависимость  $\epsilon$  от энергии (77), пороговое значение  $\Delta$  для  $\epsilon^k$ , ниже которого соответствующие слагаемые в лагранжиане считаются равными нулю. Определение параметров производится по характерным энергиям и временам электрослабой модели и КХД.

Для каждой стадии эволюции стандартной модели приведены точные выражения соответствующих лагранжианов. На основе разложений (50),(72),(73) для каждого масштаба энергий строятся промежуточные модели  $\mathcal{L}_k$ , что дает возможность сделать выводы о взаимодействии и свойствах элементарных частиц в каждую из рассматриваемых эпох. Тем самым решается так называемая проблема иерархий, существующая в стандартной модели [17].

В пределе бесконечной энергии ( $E > 10^{18}$  ГэВ,  $t < 10^{-40}$  с) все частицы, в том числе калибровочные бозоны, теряют массу и электрослабые взаимодействия становятся дальнедействующими. У кварков выживает только одна цветная  $R$ -компонента, и они взаимодействуют путем обмена  $R$ -глюонами. Присутству-

ют также  $G$ -глюоны, которые с кварками не взаимодействуют. Из явного вида  $L_{\infty}^{int}(A_{\mu}, Z_{\mu})$  (52) и  $\mathcal{L}_{\infty}$  (76) следует, что взаимодействуют между собой только частицы одного вида. Частицы разных видов не взаимодействуют. Таким образом, происходит своеобразная стратификация лептонов и кварк-глюонной плазмы такая, что в каждый слой попадают частицы только одного сорта.

Уже на уровне классических полей можно сделать ряд выводов об этапах восстановления масс у элементарных частиц. Можно заключить, что половина кварков ( $\approx \epsilon$ ,  $10^{18}$  ГэВ  $> E > 10^7$  ГэВ,  $10^{-40}$  с  $< t < 10^{-20}$  с) первыми среди всех частиц приобретают массу в процессе эволюции Вселенной. Затем массивными становятся  $Z$ -бозоны, электроны и остальные кварки ( $\approx \epsilon^2$ ,  $10^7$  ГэВ  $> E > 10^3$  ГэВ,  $10^{-20}$  с  $< t < 10^{-13}$  с). В последнюю очередь масса появляется у бозонов Хиггса  $\chi$  и заряженных  $W^{\pm}$ -бозонов, поскольку их массовые слагаемые пропорциональны  $\epsilon^4$  ( $E < 10^2$  ГэВ,  $t > 10^{-10}$  с).

Подобным образом можно проследить за восстановлением взаимодействий между частицами. Самодействие бозона Хиггса возникает вместе с появлением у него массы. Сюда же относятся взаимодействия четырех  $W^{\pm}$ -бозонов, а также двух бозонов Хиггса  $\chi$  и двух  $W$ -бозонов (44). Единственное слагаемое в лагранжиане, пропорциональное третьей степени контракционного параметра, соответствует взаимодействию бозона Хиггса с заряженными векторными бозонами ( $E < 10^3$  ГэВ,  $t > 10^{-13}$  с). Остальные взаимодействия между частицами электро-слабой модели появляются несколько ранее – во втором порядке по контракционному параметру ( $10^7$  ГэВ  $> E > 10^3$  ГэВ,  $10^{-20}$  с  $< t < 10^{-13}$  с). Часть цветных взаимодействий между кварками в лагранжиане (66) пропорциональна квадрату  $\epsilon^2$  ( $E < 10^7$  ГэВ,  $t > 10^{-20}$  с), а оставшаяся часть – четвертой степени  $\epsilon^4$  ( $E < 10^2$  ГэВ,  $t > 10^{-10}$  с). Поэтому полное восстановление цветных степеней свободы у кварков произойдет после появления масс у всех кварков ( $\approx \epsilon^2$ ,  $E < 10^7$  ГэВ,  $t > 10^{-20}$  с) (53) вместе с восстановлением всех электрослабых взаимодействий

( $\approx \epsilon^4$ ,  $E < 10^2$  ГэВ,  $t > 10^{-10}$  с). Цветные взаимодействия в полном объеме начинают действовать еще позже, поскольку они пропорциональны  $\epsilon^8$  ( $E < 10^{-1}$  ГэВ,  $t > 10^{-5}$  с).

Полученная с помощью контракций калибровочных групп стандартной модели схема эволюции элементарных частиц и их взаимодействий в ранней Вселенной в первые несколько наносекунд после Большого взрыва не противоречит разработанной из других соображений истории Вселенной (см. [15] и рис. 3), согласно которой обусловленные КХД фазовые переходы происходят позже электрослабых фазовых переходов, кроме того, она дает основу для более детального анализа этапов становления лептонов и кварк-глюонной плазмы.

Автор благодарен В.В. Куратову и И.В. Костякову за полезные обсуждения.

*Работа выполнена при поддержке Программы фундаментальных исследований УрО РАН, проект №15-16-1-3.*

## Литература

1. *Inönü E., Wigner E. P.* On the contraction of groups and their representations // Proc. Nat. Acad. Sci. USA, 1953. Vol. 39. P. 510–524.
2. *Громов Н. А.* Контракции классических и квантовых групп. М.: Физматлит, 2012. 318 с.
3. *Gromov N. A.* Contraction of Electroweak Model and Neutrino // Ядерная физика. 2012. Т. 75. С. 1274–1280.
4. *Gromov N. A.* Interpretation of Neutrino-Matter Interactions at Low Energies as Contraction of Gauge Group of Electroweak Model // Ядерная физика. 2013. Т. 76. С. 1203–1207.
5. *Решетихин Н.Ю., Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д.* Квантование групп Ли и алгебр Ли // Алгебра и анализ. 1989. Т. 1. С. 178–206.
6. *Рубаков В. А.* Классические калибровочные поля. М.: Эдиториал УРСС, 1999. 152 с.
7. *Пескин М., Шредер Д.* Введение в квантовую теорию поля. Ижевск: НИЦ „Регулярная и хаотическая динамика“, 2001. 784 с.
8. *Gromov N. A.* Analog of Electroweak Model for Contracted Gauge Group // Ядерная физика. 2010. Т.73. С. 347–351.
9. *Gromov N. A.* Limiting Case of Modified Electroweak Model for Contracted Gauge Group // Ядерная физика. 2011. Т.74. С. 933–938.
10. *Окунь Л. Б.* Лептоны и кварки. М.: Эдиториал УРСС, 2005. 352 с.
11. Review of Particle Physics 2010, <http://pdg.lbl.gov>, eq. (10.19).
12. *Громов Н. А.* Высоко- и низкоэнергетические пределы электрослабой модели // Известия Коми НЦ УрО РАН. 2014. Вып. 1(17). С. 5–9.
13. *Gromov N. A.* Natural Limits of Electroweak Model as Con-

traction of its Gauge Group // J. Phys.: Conf. Ser. 2015. Vol. 597. 012040.

14. *Линде Л. Д.* Физика частиц и инфляционная космология. М.: Наука, 1990. 280 с.

15. *Gorbunov D. S., Rubakov V. A.* Introduction to the Theory of the Early Universe: Hot Big Bang Theory. Singapore: World Scientific, 2011. 488 p.

16. *Gorbunov D. S.* 2013, <http://crimea.bitp.kiev.ua/reg/files/gorbunov.pdf>

17. *Емельянов В. М.* Стандартная модель и ее расширения. М.: Физматлит, 2007. 584 с.

## Оглавление

Введение . . . . .	3
1. Электрослабая модель . . . . .	5
2. Модифицированная электрослабая модель . . . . .	9
3. Взаимодействие нейтрино с веществом и физическая интерпретация параметра контракции $j$	14
4. Лагранжиан электрослабой модели при высоких энергиях . . . . .	16
5. Лагранжиан квантовой хромодинамики . . . . .	24
6. Квантовая хромодинамика с контрактированной ка- либровочной группой . . . . .	27
7. Оценки граничных значений . . . . .	32
Заключение . . . . .	34
Литература . . . . .	38



Научное издание

**Николай Алексеевич ГРОМОВ**  
**ЭВОЛЮЦИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ**  
**В РАННЕЙ ВСЕЛЕННОЙ**

Редактор Л.А. Федорова  
Оригинал-макет — В.В. Куратов

Лицензия №0047 от 10.01.99  
Компьютерный набор. Подписано в печать 17.09.2015 г. Формат 60x90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.  
Печать офсетная. Бум. офсетная . Усл. печ. л. 2,5.  
Уч.-изд.л. 2,6. Тираж 100 экз. Заказ №17

---

Редакционно-издательский отдел Коми НЦ УрО РАН  
167982, г.Сыктывкар, ул.Первомайская, 48.